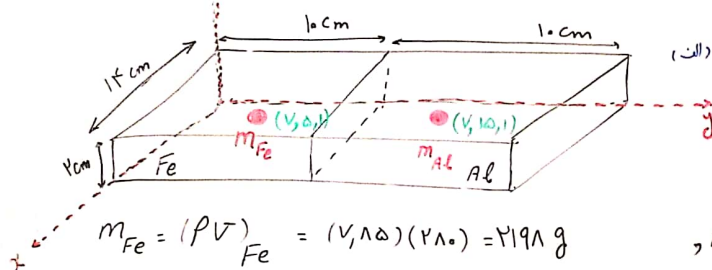


۳
۷ فصل

$$\rho_{Al} = 2,7 \text{ g/cm}^3, \quad \rho_{Fe} = 7,85 \text{ g/cm}^3$$

$$m = ?, \quad \vec{r}_{cm} = ?$$



$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho V$$

$$V_{Al} = V_{Fe} = 2(10)(1) = 20 \text{ cm}^3$$

$$m_{Fe} = (\rho V)_{Fe} = (7,85)(20) = 157 \text{ g}$$

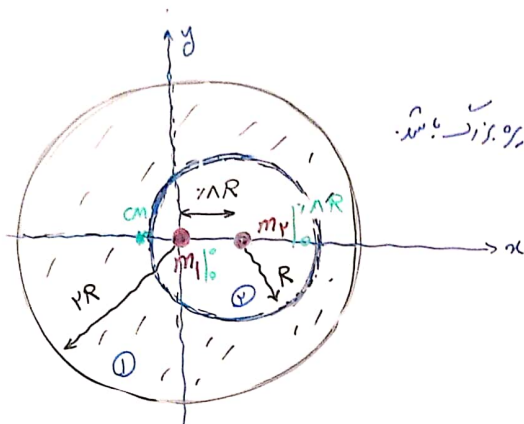
$$m_{Al} = (\rho V)_{Al} = (2,7)(20) = 54 \text{ g}$$

ب. با توجه به تئوری شکل، مرکز جرم هر قطعه، مرکز قطعه قرار دارد. نسبت به دستگاه مختصات انتخاب شده (دفع بر کتب)، خواهیم داشت:

$$x_{cm} = 7 \text{ cm}, \quad z_{cm} = 1 \text{ cm}, \quad y_{cm} = \frac{m_{Fe}x_{Fe} + m_{Al}x_{Al}}{m_{Fe} + m_{Al}} = \frac{(157)(5) + (54)(10)}{157 + 54} = 7,54 \text{ cm}$$

$$\vec{r}_{cm} = 7\hat{i} + 7,54\hat{j} + \hat{k} \quad \text{cm} \begin{vmatrix} 7 \\ 7,54 \\ 1 \end{vmatrix}$$

۴)
فصل ۷



با توجه به تقارن شکل، دستگاه مختصات را طوری قرار می دهیم که مبدأ، روی مرکز دایره بزرگ باشد.
و محور x از هر دو مرکز بگذرد.

دایره بزرگ را با ① و دایره کوچک را با ② نشان می دهیم.

مرکز جرم هر دایره با توزیع جرم متجانس، در مرکز دایره است.

$$y_{cm} = 0, \quad x_{cm} = \frac{m_1 x_1 - m_2 x_2}{m_1 - m_2}$$

علامت (-) چون دایره کوچک از داخل دایره بزرگ خارج شده

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 - m_2 x_2}{m_1 - m_2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma = \frac{m}{S} \rightarrow m = \sigma S \end{array} \right. \rightarrow x_{cm} = \frac{-\sigma S_2 (x_2 R)}{\sigma S_1 - \sigma S_2} = -\frac{S_2 (x_2 R)}{S_1 - S_2} = -\frac{\pi R^2 (x_2 R)}{\pi (R^2) - \pi r^2} = -\frac{\lambda}{\lambda_0} R$$

۱
فصل ۷

$m = 7 \text{ kg}$, $y_0 = 2 \text{ m}$, $v_0 = 0$, $y_1 = 1.5 \text{ m}$, $v_1 = 0$, $\Delta t = 0.2 \text{ s}$
(الف) $J = ?$, (ب) $\bar{F} = ?$

$y_0 = 2 \text{ m}$, $v_0 = 0$
 $y_1 = 1.5 \text{ m}$, $v_1 = 0$

$\vec{J} = \bar{F} \Delta t = \Delta \vec{P} \rightarrow J = \Delta P = m v_f - m v_i$ (الف)

v_1 سرعت توپ در لحظه برخورد به زمین و v_f سرعت توپ در لحظه برخورد به زمین، هفتای نه به بالا برای برخورد.

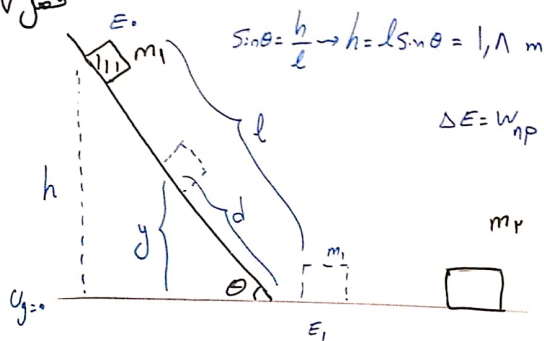
مستطال: $v_1^2 - v_0^2 = -2g(y_1 - y_0) \rightarrow v_1^2 - 0 = -2(10)(0 - 2) \rightarrow v_1 = -\sqrt{40} \text{ m/s}$

$v_f^2 - v_1^2 = -2g(y_f - y_1) \rightarrow 0 - v_f^2 = -2(10)(1.5 - 0) \rightarrow v_f = \sqrt{30} \text{ m/s}$

$J = \Delta P = 7(\sqrt{30} - (-\sqrt{40})) = 7(\sqrt{30} + \sqrt{40}) = 11.24 \text{ kg m/s}$

(ب) $\bar{F}$: $J = \bar{F} \Delta t \rightarrow \bar{F} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{11.24}{0.2} = 56.2 \text{ N}$

۱۱) $m_1 = 1 \text{ kg}$, $\theta = 37^\circ$, $l = 3 \text{ m}$, $v_0 = 0$, $m_2 = 4 \text{ kg}$ ساکن و در دره
 در خورده نشسته و در دره



$\sin \theta = \frac{h}{l} \rightarrow h = l \sin \theta = 1.8 \text{ m}$: سرعت m_1 را با این سطح پیدا می‌کنیم: $E_0 = mgh$, $E_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$

$\Delta E = W_{np} = 0 \rightarrow E_0 = E_1 \rightarrow m_1 g h = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \rightarrow v_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(10)(1.8)} = 6 \text{ m/s}$

پایستگی شانه $\rightarrow \vec{P}_i = \vec{P}_f \rightarrow m_1 v_1 + 0 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \rightarrow 6 = v_1' + 4v_2'$

پایستگی انرژی جنبه $\rightarrow K_i = K_f \rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + 0 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \rightarrow 36 = v_1'^2 + 4v_2'^2$

با حل دستگاه دو معادله در مجهول :

$v_1' = -2.4 \text{ m/s}$, $v_2' = 2.4 \text{ m/s}$

جرم m_1 پس از برخورد برگشتی ندارد (علامت منفی در سرعت).
 $E_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$, $E_2 = m_2 g y$ $\rightarrow \Delta E = W_{np} = 0 \rightarrow E_2 = E_3 \rightarrow \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = m_2 g y$

ارتفاعی که جسم m_1 بالا می‌رود: $y = \frac{v_2'^2}{2g} = \frac{(2.4)^2}{2(10)} = 0.288 \text{ m}$

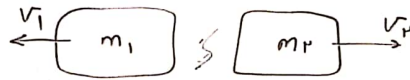
بالا رفته

۱۵
فصل ۷

$m_1 = 2000 \text{ kg}$, $m_2 = 3000 \text{ kg}$, $J = 100 \text{ N.s}$ $V_{rel} = ?$



پیش از برخورد



بعد از برخورد

انرژی جنبشی دافقی $\rightarrow$ پایستگی تکانه $\rightarrow \vec{P}_i = \vec{P}_f \rightarrow 0 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \rightarrow 0 = m_2 v_2 - m_1 v_1 \rightarrow 2000 v_2 = 2000 v_1$

ضربه $\vec{J} = \Delta \vec{P} \rightarrow J = m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0 \rightarrow 100 = 3000 v_2 + 2000 v_1$

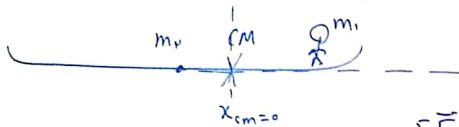
$$\begin{cases} 2v_1 = 3v_2 \rightarrow v_1 = \frac{3}{2}v_2 \\ 2000v_1 + 3000v_2 = 100 \end{cases} \rightarrow 2000\left(\frac{3v_2}{2}\right) + 3000v_2 = 100 \rightarrow v_2 = \frac{100}{4000} = 0.025 \text{ m/s} , v_1 = 0.0375 \text{ m/s}$$

چون دو جسم خلاف جهت یکدیگر حرکت دارند $V_{rel} = v_1 + v_2 = 0.0625 \text{ m/s}$

۱۷
فصل ۷

شخص $m_1 = 10 \text{ kg}$ ، ثابت $m_2 = 100 \text{ kg}$ ، $l = 1 \text{ m}$ فاصله شخص از صلب ، $x = 2 \text{ m}$ حرکت شخص به طرف صلب

هنگامی که شخص درون قایق به طرف صلب حرکت کند، قایق در خلاف جهت حرکت شخص، از صلب دوری شود. پس شخص 2 m به صلب نزدیک نمی شود.



روش اول: نسبت به مرکز جرم (مبدأ؛ درون مرکز جرم شخص + قایق باشد).

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \rightarrow \vec{V}_{cm} = \dot{\vec{x}}_{cm} = 0 \rightarrow x_{cm} = \dot{x}_{cm} = 0$$

دقیق شخص به طرف مرکز جرم حرکت کند $x'_{cm} = \frac{m_1 x'_1 + m_2 x'_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 (-2 + \delta) + m_2 (\delta)}{m_1 + m_2}$ ، $x_{cm} = x'_{cm} = 0 \rightarrow 10(-2 + \delta) + 100\delta = 0 \rightarrow \delta = \frac{14}{110} \approx 0.127 \text{ m}$

دقیق شخص 2 m به طرف صلب حرکت کند، قایق 0.127 m از صلب دوری شود $l' = l - 2 + \delta = 1 - 2 + 0.127 = 0.127 \text{ m}$

روش دوم: نسبت به صلب:

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} , x'_{cm} = \frac{m_1 x'_1 + m_2 x'_2}{m_1 + m_2}$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \rightarrow x_{cm} = x'_{cm} \rightarrow m_1 x_1 + m_2 x_2 = m_1 x'_1 + m_2 x'_2 \rightarrow$$

$$10(1) + 100x_2 = 10(1 - 2 + \delta) + 100(x_2 + \delta) \rightarrow \delta = \frac{14}{110} = 0.127 \rightarrow x'_1 = 0.127 \text{ m}$$

$x_1 = l$
 x_2
 $x'_1 = x_1 - 2 + \delta$
 $x'_2 = x_2 + \delta$

۲۱
۷ فصل

$$V_0 = 3 \text{ m/s}$$

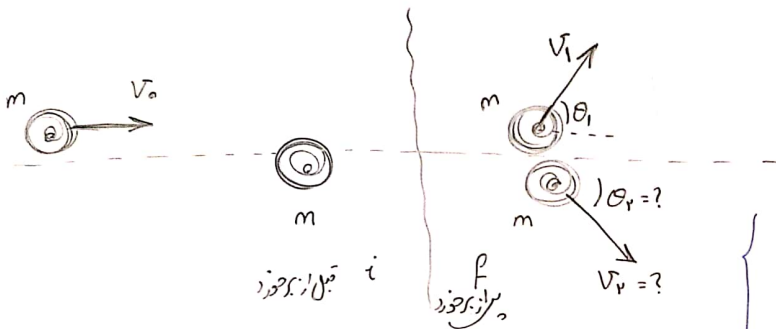
توی ها مسابه

$$V_1 = 1.5 \text{ m/s}$$

$$\theta_1 = 40^\circ$$

$$V_2' = ? , \theta_2 = ?$$

=? لزغ برخورد



$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \rightarrow \text{پایستگی تئانه} \rightarrow \text{برخورد}$$

برخورد دندوبی است بر مولفه ای ی سیه ی کنیم.

$$\begin{cases} P_{ix} = P_{fx} \rightarrow mV_0 = mV_1 \cos \theta_1 + mV_{2x} \\ P_{iy} = P_{fy} \rightarrow 0 = mV_1 \sin \theta_1 + mV_{2y} \end{cases}$$

$$\rightarrow 3 = 1.5 \cos 40^\circ + V_{2x} \rightarrow V_{2x} = 3 - (1.5)(0.75) = 1.875 \text{ m/s} , 0 = 1.5 \sin 40^\circ + V_{2y} \rightarrow V_{2y} = -1.2 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \sqrt{V_{2x}^2 + V_{2y}^2} = \sqrt{(1.875)^2 + (1.2)^2} \approx 2.2 \text{ m/s} , \theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{V_{2y}}{V_{2x}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-1.2}{1.875}\right) = -32^\circ \text{ (زیر محور خها)}$$

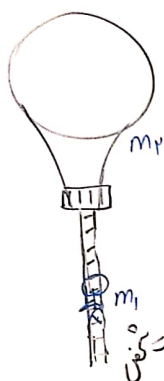
$$K_i = \frac{1}{2} m V_0^2 = \frac{9}{2} m = 4.5 m$$

$$\rightarrow K_i = K_f \rightarrow \text{چون پایستگی انرژی داریم، برخورد کشش است}$$

$$K_f = \frac{1}{2} m V_1^2 + \frac{1}{2} m V_2^2 = 1.125 m + 2.675 m = 3.8 m$$

۲۴
فصل ۷

$m_1 = 70 \text{ kg}$ ، بالین $m_2 = 300 \text{ kg}$ ، $V_{cm} = 0$ ، $V_1 = 2 \text{ m/s}$ نسبت به بالین



$\sum \vec{F}_{ext} = 0$ ساکن وزن و نیروی بالا بری بالین = نیروهای خارجی

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \rightarrow \vec{V}_{cm} = \text{ثابت} \rightarrow V_{cm} = V'_{cm} = 0$$

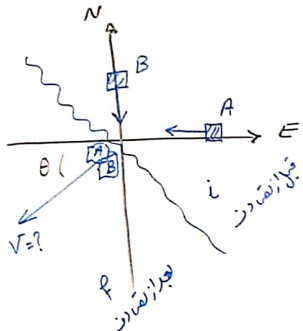
با توجه به حرکت نسبی : $V'_1 = V'_2 + V_1$ $V'_{cm} = \frac{m_1 V'_1 + m_2 V'_2}{m_1 + m_2}$ V'_1 سرعت شخص نسبت به زمین ، V'_2 سرعت بالین نسبت به زمین ، V'_1 سرعت شخص نسبت به بالین

$$V'_{cm} = \frac{70(V'_2 + 2) + 300 V'_2}{70 + 300} = 0 \rightarrow 370 V'_2 + 140 = 0 \rightarrow V'_2 = -\frac{140}{370} = -\frac{14}{37} \text{ m/s}$$

علامت - نشان می دهد که حرکت بالین با سمت حرکت شخص مخالف است.

۲۹
فصل ۷

$m_A = 1500 \text{ kg}$, $V_A = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ غرب , $m_B = 2000 \text{ kg}$, $V_B = 70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ جنوب .



چون پس از برخورد، در هم قفل شده اند
پس برخورد غیر کشش قابل است
 $\vec{P}_i = \vec{P}_f \rightarrow \begin{cases} P_{ix} = P_{fx} \\ P_{iy} = P_{fy} \end{cases}$

$$P_{ix} = -m_A V_A \quad , \quad P_{iy} = -m_B V_B$$

$$-m_A V_A = (m_A + m_B) V_x$$

$$\rightarrow -1500(50) = 3500 V_x \rightarrow V_x = -\frac{75000}{3500} = -21.43 \text{ km/h}$$

$$-m_B V_B = (m_A + m_B) V_y$$

$$\rightarrow -2000(70) = 3500 V_y \rightarrow V_y = -\frac{140000}{3500} = -40 \text{ km/h}$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 45.18 \text{ km/h}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_y}{V_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{40}{21.43}\right) = 61.8^\circ$$

زاویه θ جنوب غرب .

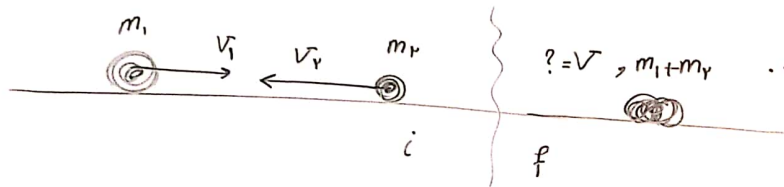
$$E_i = K_i = \frac{1}{2} m_A V_A^2 + \frac{1}{2} m_B V_B^2 = 477500 \text{ J}$$

$$\Delta E = E_f - E_i = -317114 \text{ J}$$

$$E_f = K_f = \frac{1}{2} (m_A + m_B) V^2 = 160385 \text{ J}$$

۳۳
فصل ۷

$m_1 = 3 \text{ kg}$, $v_1 = 5 \text{ m/s}$ (سمت راست) , $m_2 = 1 \text{ kg}$, $v_2 = 4 \text{ m/s}$ (سمت چپ)



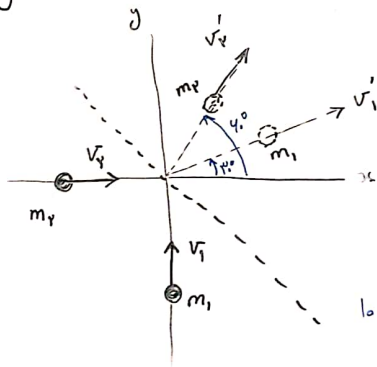
پس از برخورد بهم می چسبند و به یکدیگر می چسبند و به یکدیگر می چسبند و به یکدیگر می چسبند. $v = ?$, $m_1 + m_2$

برخورد → پایستگی تکانه → $P_i = P_f \rightarrow m_1 v_1 + m_2 (-v_2) = (m_1 + m_2) v$

مجموعه به سمت راست حرکت می کند. $3(5) - 1(4) = 4v \rightarrow v = \frac{9}{4} = 2.25 \text{ m/s}$

۳۵
فصل ۷

$$m_1 = 1 \text{ kg}, \quad m_2 = 2 \text{ kg}, \quad v_1 = 10 \text{ m/s}, \quad v_2 = 4 \text{ m/s}$$



بر فرض $\rightarrow$ پایستگی تکانه $\rightarrow \vec{P}_i = \vec{P}_f \rightarrow \begin{cases} P_{ix} = P_{fx} \\ P_{iy} = P_{fy} \end{cases}$

$$\begin{cases} m_2 v_2 = m_1 v_1' \cos \theta_1 + m_2 v_2' \cos \theta_2 \\ m_1 v_1 = m_1 v_1' \sin \theta_1 + m_2 v_2' \sin \theta_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 10 = v_1' (\sin 30^\circ) + 2 v_2' (\sin 40^\circ) \\ 4 = v_1' (\cos 30^\circ) + 2 v_2' (\cos 40^\circ) \end{cases}$$

$$10 = 0.5 v_1' + 1.732 (4 - 0.766 v_1') \rightarrow v_1' = \frac{3.92}{1.0138} = 3.87 \text{ m/s}$$

$$v_2' = 4 - 0.766 v_1' = 4 - 0.766 (3.87) = 2.99 \text{ m/s}$$

$$E_i = K_i = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{100}{2} + 16 = 66 \text{ J}$$

$$\rightarrow \Delta E = E_f - E_i = 34.41 - 66 = -31.59 \text{ J}$$

$$E_f = K_f = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = 34.41 \text{ J}$$

علامت - نشانه دهنده تلفات انرژی است.